

Artigo Original

Geometric Thinking from the Perspective of Van Hiele: Fedathian Experiences in the 9th Grade of Elementary School

Pensamento Geométrico na Perspectiva de Van Hiele: Vivências Fedathianas no 9º Ano do Ensino Fundamental

Roberto da Rocha Miranda 1

<http://lattes.cnpq.br/7004050132601700> / <https://orcid.org/0000-0002-8599-6745>

Marcília Cavalcante Viana 2

<http://lattes.cnpq.br/4275954498472163/> / <https://orcid.org/0009-0009-9809-1214>

Elmar da Silva Ferreira 3

<http://lattes.cnpq.br/4182777232862843> / <https://orcid.org/0009-0009-4033-3161>

Maria José Costa dos Santos 4

<http://lattes.cnpq.br/3144508981197442> / <https://orcid.org/0000-0001-9623-5549>

1 - Doutorando em Ensino de Matemática e Ciências (RENOEN-UFC). Professor efetivo de Matemática na Secretaria de Educação do Ceará (SEDUC). Integrante do Grupo de Pesquisa e Estudos Tecendo Redes Cognitivas de Aprendizagem(G-TERCOA/CNPq-UFC). E-mail: robertouece@gmail.com

2 - Mestra em Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA – UFC). Professora efetiva da Rede Municipal de Fortaleza, Ceará (SME). Integrante do Grupo de Pesquisa e Estudos Tecendo Redes Cognitivas de Aprendizagem(G-TERCOA/CNPq-UFC). E-mail: marciliaviana80@gmail.com

3 - Graduado em licenciatura em Matemática pela UECE. Mestrando do ENCIMA- Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática- UFC, Professor efetivo da Prefeitura Municipal de Fortaleza (SME). E-mail: Elmarferreira.silva@gmail.com

4 - Pós-Doutora pelo Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (ProPed/UERJ). Coordenadora da formação presencial e on-line de professores da rede municipal de Fortaleza e da rede estadual, por meio do grupo de estudos (GTERCOA/CNPq-UFC), via cursos de extensão na UFC. E-mail: mazzesantos@ufc.br

Resumo

O estudo apresenta as contribuições de uma oficina pedagógica de Geometria, fundamentada segundo a metodologia Sequência Fedathi (SF), para o desenvolvimento do Pensamento Geométrico. Objetiva-se analisar como a combinação da SF com a Realidade Aumentada (RA) favorece a compreensão de conceitos geométricos por meio de diferentes representações de visualização. A pesquisa segue uma abordagem qualitativa, exploratória e des-

critiva, utilizando observação da prática durante a vivência da Sessão Didática (SD), registros em caderno de campo, gravações e questionários. A SD, conceito inerente à SF, contempla a organização didática antes, durante e depois da sala de aula. Como ferramenta pedagógica, utilizou-se a RA através do aplicativo Sólidos RA, facilitando a compreensão de figuras espaciais. A estruturação da SD considerou a identificação e análise do ambiente, bem como a análise teórica, envolvendo objetivos, conteúdo,

conhecimentos prévios dos estudantes e necessidades docentes. A pesquisa foi realizada com oito estudantes do 9º ano de uma escola municipal de Fortaleza. Como resultados, os estudantes desenvolveram habilidades para identificar arestas, vértices e faces, além da compreensão das planificações das figuras espaciais, alcançando o segundo nível do Pensamento Geométrico de Van Hiele, a ordenação ou dedução informal, promovendo uma postura investigativa diante dos conceitos geométricos.

Palavras-chave: pensamento geométrico; realidade aumentada; sequência Fedathi; sólidos geométricos.

Abstract

This paper presents the contributions of a pedagogical workshop on Geometry, based on the Fedathi Sequence (FS) methodology, to the development of Geometric Thinking. The objective is to analyze how the combination of FS with Augmented Reality (AR) enhances the understanding of geometric concepts through different visualization representations. The research follows a qualitative, exploratory, and descriptive approach, using observations of the Didactic Session practice, field notebook records, recordings, and questionnaires. The Didactic Session, an essential concept in FS, involves the didactic organization before, during, and after the classroom. As a pedagogical tool, AR was used through the Sólidos RA application, facilitating the understanding of spatial figures. The structure of the DS considered the identification and analysis of the environment, as well as the theoretical analysis, involving objectives, content, students' prior knowledge, and teachers' needs. The study was conducted with eight 9th-grade students from a municipal school in Fortaleza. As results, students developed skills to identify edges, vertices, and faces, as well as the understanding of the spatial figures' unfolding, reaching the second level of Van Hiele's Geometric Thinking, ordering, or in-

formal deduction, fostering an investigative attitude towards geometric concepts.

Keywords: augmented reality; Fedathi sequence; geometric thinking; geometric solids.

1 Introdução

No campo do ensino da Geometria, a exploração de conceitos abstratos utiliza-se representações visuais para promover o desenvolvimento do Pensamento Geométrico, para isso, é importante o professor proporcionar aos estudantes múltiplas representações que permitam identificar elementos definidores para construir conceitos geométricos, nesse contexto, os recursos didáticos contribuem para construção de abstrações geométricas e a compreensão dos conceitos geométricos.

Destaca-se a metodologia Sequência Fedathi (SF), uma vivência que contribui para a compreensão matemática, em que considera fatores importantes, como o planejamento, a vivência e a análise da aula. A vivência da SF ocorre por meio de situações-problema desafiadoras que são diretamente relacionadas aos conhecimentos prévios dos estudantes (*plateau*). Segundo Bezerra (2017), o *plateau* é um conjunto de conhecimentos compreendidos entre os alunos e “dominados” pelo professor.

O professor deve identificar qual situação-problema é adequada para ser vivenciada em sua sala de aula, estabelecendo um Acordo Didático. Além disso, a SF também envolve uma análise teórica, que consiste em pesquisar o objeto de conhecimento e adaptá-lo ao contexto do ambiente em que uma Sessão Didática (SD) será vivenciada.

Segundo Borges Neto (2018) a metodologia de ensino SF baseia-se no desafio de situações-problema relevantes, considerando os conhecimentos prévios dos estudantes, e exige um planejamento cuidadoso e uma análise teórica para garantir uma aprendizagem significativa e contextualizada. A pergunta norteadora do estudo consiste em: como a combinação da metodologia

Sequência Fedathi (SF) com a Realidade Aumentada (RA) contribui para o desenvolvimento do Pensamento Geométrico dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental? Assim, o trabalho objetiva-se analisar como a metodologia Sequência Fedathi (SF) alinhada com a Realidade Aumentada (RA) pode contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Geométrico, utilizando diferentes representações de visualização. A pesquisa segue uma abordagem qualitativa, exploratória e descritiva, utilizando observação da prática durante a vivência da Sessão Didática (SD), registros em caderno de campo, gravações e questionários.

2 Referencial teórico

Destacamos a importância do Pensamento Geométrico na formação dos estudantes de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017). O ensino de Geometria é fundamental para o desenvolvimento do estudante para soluções de problemas de Matemática e outras áreas do conhecimento, corroborando com as competências da BNCC (Brasil, 2017).

Para Costa e Santos (2019), a Geometria envolve o estudo de conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, a unidade temática, refere-se ao estudo da posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos estudantes. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes, conforme a BNCC (Brasil, 2017).

Van Hiele (1986) enfatiza a importância da visualização progressiva no desenvolvimento do Pensamento Geométrico. O autor assegura que a compreensão dos conceitos geométricos ocorre de forma progressiva, à medida que os estudantes avançam em seus níveis de pensamento geométri-

co.

O mesmo autor enfatiza que no nível de reconhecimento, os estudantes são capazes de identificar e descrever formas geométricas simples. No nível de análise, eles começam a olhar para as propriedades dessas formas e a considerar as relações entre elas. No nível de ordenação, os estudantes podem classificar as formas em categorias e entender as relações de ordem entre elas (Van Hiele, 1986).

No nível de dedução, os estudantes são capazes de fazer deduções lógicas a partir de suas observações e conhecimentos geométricos. E, finalmente, sem nível de rigor, eles são capazes de formular e compreender projeções formais de teoremas geométricos (Van Hiele, 1986).

Para ajudar aos estudantes a desenvolverem seu pensamento geométrico, é necessário fornecer experiências de visualização. Isso pode ser feito por meio de atividades práticas, manipulação de materiais concretos e uso de recursos visuais, como gráficos, diagramas e modelos geométricos. Nesta pesquisa, utilizamos a Realidade Aumentada como recurso didático, pois por meio dessa visualização ampla permite-se que os estudantes se engajem e construam uma compreensão mais profunda dos conceitos e relações variadas, o que os ajuda a avançar em seus níveis de pensamento geométrico.

A visualização geométrica, de acordo com Kallef (2012), refere-se à representação gráfica de conceitos matemáticos através de figuras e desenhos. Essa abordagem tem como objetivo facilitar a compreensão e o aprendizado de determinados conceitos, tornando-os mais tangíveis e visíveis para os estudantes.

Ao utilizar a visualização geométrica, os estudantes podem explorar as propriedades e relações entre objetos geométricos, como pontos, retas e figuras tridimensionais, favorecendo um entendimento mais profundo dos conceitos matemáticos, a resolução de problemas e a formulação de argumentos. Assim, são selecionadas situações-problema propostas de forma planejada pelo professor aliando as fases da SF, que segue a estrutura do método científico

para promover a investigação matemática no ambiente escolar.

A metodologia de ensino SF é fundamentada em quatro etapas: tomada de posição, maturação, solução e prova. Essas etapas são estruturadas na organização dos procedimentos metodológicos e pedagógicos, permitindo vivências que favorecem a aprendizagem colaborativa. Além disso, a vivência da Sessão Didática (SD) é apresentada como uma contribuição para a prática pedagógica do professor, sendo este oportunizado a realizar uma avaliação da vivência da SD, contribuindo para a superação de bloqueios didáticos e epistemológicos, conforme defendido por Borges Neto (2018).

3 Metodologia

Conforme Minayo (2002), a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, que correspondem a uma análise mais profunda das relações, processos e fenômenos estudados.

A pesquisa realizada é do tipo exploratória, em que buscou desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias para a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis em estudos posteriores, de acordo com Gil (2010). Além disso, trata-se de uma pesquisa descritiva, pois tem como objetivo descrever características de uma população ou fenômeno.

No contexto da pesquisa optou-se pela turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza (SME), realizou-se a vivência de uma Sessão Didática (SD) para compor o escopo da pesquisa, compondo os sujeitos 8 estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental que, por meio da autorização dos pais, participaram da pesquisa, em que a vivência ocorreu durante o mês de outubro do ano de 2023, na Sala de Inovação da escola.

As Salas de Inovação Educacional da Rede Municipal de Fortaleza (SME), têm o intuito de proporcionar o acesso às novidades tecnológicas,

ao incentivar a criatividade, inovação e protagonismo estudantil. O espaço possui Chromebooks, mesas, e recursos de áudio para que os estudantes possam desenvolver atividades, utilizando as tecnologias, importantes para a sua formação estudantil.

A SD foi desenvolvida como uma oficina pedagógica em que os estudantes utilizaram os seus próprios smartphones. A abordagem utilizada nesta pesquisa foi qualitativa, apresentando a RA e desenvolvendo as atividades propostas para mobilização de conhecimentos geométricos.

Os dados foram coletados por meio de observações, registros em caderno de campo, gravações, fotos e questionários realizados durante a vivência da SD em que os estudantes apresentaram suas soluções, a partir da situação problema proposta pelo professor mediador, foram impressos e distribuídos para todos os estudantes QRCodes do aplicativo.

Foi realizado um momento de identificação dos conhecimentos dos estudantes, que no contexto da SF é denominado plateau, neste foram explorados o campo conceitual que envolve os conceitos arestas, vértices e faces. Durante a vivência foram considerados o ambiente, preparação do ambiente, tomada de posição ou apresentação do problema, maturação ou debruçamento; solução, que consiste na apresentação dos resultados e, por fim, a prova que é a formalização ou validação da resposta pelo professor; a avaliação que refere-se a descrição de estratégias e/ou atividades de avaliação da aprendizagem e a análise que são as orientações referentes à análise da sessão didática pelo professor, momento avalia o trabalho desenvolvido.

A atividade propôs que os estudantes mobilizassem conhecimentos em relação aos sólidos geométricos, analisando suas planificações e propriedades (arestas, vértices e faces), nomes, relação de Euler, além de entre outros aspectos.

4 Resultados e Discussões

O professor mediador levou os estudantes para a Sala de Inovação, dividindo-os em grupos para que tivessem acesso à visualização dos sólidos geométricos pelo aplicativo Sólidos RA baixado em casa nos seus smartphones com sistema Android. Nesse momento, foram distribuídos oito questionários, um para cada estudante, que deveriam ser respondidos mobilizando seus conhecimentos prévios.

Durante o Acordo Didático, o professor evidenciou os objetivos de aprendizagem, atendendo quais as expectativas e as responsabilidades dos estudantes, fomentando uma compreensão mútua. Esse momento configura-se como um ponto forte na construção do ambiente educacional. A análise ambiental, que antecedeu a atividade prática, evidencia o cuidado com a organização do espaço e a preparação tecnológica, para a vivência da SD.

A integração da tecnologia, por meio do aplicativo Sólidos RA demonstra um esforço em tornar o ensino mais dinâmico e acessível. Essa abordagem, ao proporcionar a visualização dos sólidos geométricos em dispositivos móveis, estimula a participação ativa dos estudantes. Além disso, a estratégia de dividir os estudantes em grupos para explorar os sólidos promove a colaboração e a troca de conhecimentos entre os pares.

É importante a mediação do professor, em explorar os conhecimentos prévios dos estudantes durante resolução das situações-problema apresentadas. Esse enfoque possibilitou ao professor identificar lacunas conceituais e adaptar a abordagem pedagógica conforme as necessidades específicas da turma.

Foram elaboradas e analisadas as seguintes perguntas: 1) Quais figuras planas você reconhece nos objetos em sala de aula? 2) Quais desses objetos comuns dentro do seu contexto, você consegue identificar na sua casa ou comunidade?

Durante o plateau, os estudantes relacionaram algumas figuras planas e espaciais geométricas com itens presentes na sala e na sua casa como: quadrado - janela, quadros, retângulos - prate-

leiras, livros, cilindro – porta-lápis, lápis, potes, paralelepípedo - caixa de sapatos, tábua de madeira.

É importante salientar que figuras bidimensionais e tridimensionais têm propriedades diferentes que vão além de considerar as dimensões: bidimensionais (duas dimensões: comprimento e largura), tridimensionais (três dimensões: comprimento, largura e profundidade).

Para Dolce e Pompeo (2013), no mundo real, todas as figuras são espaciais, porém uma folha de papel pode ser usada como uma figura bidimensional, mas mesmo assim ela possui uma altura, embora seja pequena, essa representação é mais fiel do ente matemático de figura plana, onde todos os pontos que estão contidos no mesmo plano reto, se curvarmos essa folha ela deixa de ser uma figura bidimensional passando para uma figura tridimensional.

Esse esclarecimento foi discutido com os estudantes, por meio de perguntas, que corroborando com Sousa (2015), quando vivenciamos a metodologia SF, a pergunta é importante no processo de mediação, permitindo aos estudantes refletir sobre os conhecimentos matemáticos, validar suas conjecturas, no fazer constante de aprendizados em um processo dialético, crítico e reflexivo.

Kaleff et al (1994) destaca, em suas pesquisas, a relevância do desenvolvimento do Pensamento Geométrico, que abrange a compreensão dos conceitos bidimensionais e tridimensionais. O autor ressalta a importância de os professores terem cautela ao utilizar recursos didáticos manipulativos com características de altura ou profundidade, para que os estudantes possam identificar corretamente as figuras planas.

Antes da vivência da SD, o professor mediador questionou se os estudantes conheciam a RA, dentre os oito, cinco disseram que conheciam por meio de experiências com outros aplicativos ou na visita a alguns museus, experiências trazidas na qual os estudantes tiveram contato com essa tecnologia.

Dentre as propriedades que eles enfatizaram, que

foram propícias para o uso do aplicativo, foi o estudo de propriedades como arestas, vértices e faces, pois o aplicativo Sólidos RA proporciona uma experiência visual que permite ampliar/reduzir, rotacionar, mudar as formas de visualizar uma mesma estrutura e ver as planificações conforme usa o controle deslizante. Podemos visualizar nas figuras seguintes:

Figura 1 - Figuras geométricas vistas pelo app Sólidos RA.



Fonte: Autores (2025)

Outros registros importantes é a compreensão que eles têm da relação que envolve esses elementos, a partir da sua contagem, a conhecida Relação de Euler. Segundo Dolce e Pompeo (2013) em um poliedro convexo (e também em alguns poliedros não convexos, desde que sejam eulerianos), a soma do número de vértices (V) e do número de faces (F) é igual ao número de arestas (A) somado a 2, sendo expressa pela fórmula: $V + F = A + 2$, ou de forma equivalente, $V - A + F = 2$. Podemos identificar através das respostas dos estudantes no questionário formulado:

Pesquisador: Que relação pode ser encontrada a partir das arestas, faces e vértices??

Estudante1: A face de ambas as figuras acima somando com os vértices vai resultar nos números de arestas subtraído com 2.

Estudante2: Que vértices são iguais a pontas do sólido.

Estudante3: A soma dos vértices e faces são 2 números maiores que as arestas.

Estudante4: Somando a quantidade de faces mais vértices e subtraindo dois da quantidade de arestas.

Estudante5: O número de faces mais o número de vértices dar o número de arestas com mais dois.

Estudante6: A face de ambos das figuras acima somando com as faces e vértices vai resultar no número igual a 14 nas duas figuras. Estudante7: O número de faces + o de vértices e 2 unidades maior que o número de arestas

Estudante8: A relação é que somando as vértices e faces sempre e dois números a mais da diferença do número de arestas.

(Diálogo entre professor e estudante, 2017).

Ao analisarmos as falas dos estudantes, percebemos que a Relação de Euler foi enunciada de diferentes maneiras pelos estudantes 1, 3, 4, 5, 7 e 8, que é $V + F = A + 2$ ou $V + FA = 2$. O estudante 2 encontrou uma relação importante de conceito, que consiste em conhecer o conceito pela sua representação, no caso relacionando o conceito de vértices com as pontas dos sólidos geométricos, desviando da real intenção do professor em saber qual relação podemos trazer que correlaciona: arestas, vértices e faces.

Outro aspecto evidenciado é o desenvolvimento do Pensamento Geométrico: conhecer a relação a partir da verificação por meio da RA e não saber como se chega na relação de Euler indica que os estudantes estão em um nível de ordenação, em que podem classificar as formas em categorias e entender as relações de ordem entre elas. Das dificuldades relacionadas à prática foram colocados pelos estudantes os seguintes pontos:

Pesquisador: Apresente as dificuldades encontradas na realização dessa atividade?

Estudante1: Em saber os nomes de algumas figuras. Um pouco de dificuldade para conseguir identificar.

Estudante2: Nenhum.

Estudante3: Me concentrar na hora de contar.

Estudante4: Mexer com o tamanho, ler o QrCode.

Estudante5: Dificuldade em saber qual era arestas

e vértices.

Estudante6: Acho que nenhum, achei muito prático.

Estudante7: Não vir dificuldade

Estudante8: Nenhuma.

De acordo com as respostas dos estudantes, algumas dificuldades foram identificadas no uso da realidade aumentada no ensino de geometria. Um dos desafios mencionados foi a dificuldade em identificar corretamente os nomes de algumas figuras, o que pode afetar a compreensão dos conceitos geométricos.

Além disso, houve dificuldade na contagem de arestas e vértices por distração e evidenciando uma falta de concentração durante a atividade. Outras dificuldades mencionadas foram a leitura do *QR code*, o manuseio da ampliação e redução do tamanho das figuras, pois, às vezes, travavam. No entanto, alguns estudantes não encontraram nenhuma dificuldade e consideraram o uso da realidade aumentada no ensino de geometria, enfatizando que é uma ferramenta pedagógica prática. Essas respostas indicam que o uso da realidade aumentada pode apresentar desafios, mas também pode ser uma ferramenta útil e interessante para a aprendizagem dos conceitos geométricos.

Pesquisador: Essa atividade contribui para melhor compreensão de conceitos da Geometria?

Estudante1: Sim, me ajuda a visualizar melhor e compreender as figuras espaciais e seus elementos (arestas, vértice e planificação)

Estudante2: Sim, nos ajudava a entender as formas e novas relações.

Estudante3: Sim, ela me ajudou a observar melhor as propriedades além de me ensinar a identificar faces, arestas e vértices nos sólidos geométricos.

Estudante4: Sim, tenho dificuldade em memorizar e essa atividade me ajudou a memorizar vértices, arestas, faces e etc.

Estudante5: Sim, me ajudou nas minhas dificuldades em saber qual é aresta e vértices e sobre outras coisas

Estudante6: Sim, pois posso praticar e tirar dúvidas.

Estudante7: Sim, bem mais fácil de aprender e compreender

Estudante8: Sim, melhor a visualização.

Os estudantes mencionaram que a realidade aumentada os ajudou a visualizar e compreender melhor as figuras espaciais e seus elementos, como arestas, vértices e planificações. Eles também afirmaram que a tecnologia os ajudou a observar melhor as propriedades das figuras e a identificá-las corretamente. Além disso, a RA a partir da metodologia de ensino SF, pois a intervenção do professor, possibilitando a pesquisa, proporcionou os estudantes a refletirem sobre os conceitos, como vértices, arestas e faces. Na vivência, os estudantes também disseram que a tecnologia ajudou a superar suas dificuldades em reconhecer e diferenciar entre arestas e vértices, além de proporcionar um ambiente de prática e local para tirar dúvidas. A RA facilitou a aprendizagem e compreensão da Geometria, tornando-a mais acessível e visualmente atraente para os estudantes.

Dentre as dificuldades em relação ao uso do aplicativo, é que ele travava às vezes e demorava a reconhecer o QR Code também que o aplicativo só estaria disponível nos smartphones com sistema operacional Android, além de o modo Planificação explorado na prática estar limitado a seis sólidos geométricos: cone, cilindro, prisma de base pentagonal, paralelepípedo, tetraedro e hexaedro ou cubo.

Quadro 1 - Níveis de Van Hiele e SF na prática com Sólidos RA.

Níveis	Características	Exemplos	SF
Primeiro Nível(Visualização ou Reconhecimento)	Os estudantes percebem os objetos geométricos de acordo com a sua aparência física. Eles justificam suas produções por meio de considerações visuais, (protótipos visuais), sem usar explicitamente as propriedades desses objetos	O estudante classifica quadrado - janela, quadros, retângulos- prateleiras, livros, cilindro- porta lápis, lápis, potes, paralelepípedo- caixa de sapatos, tábua de madeira.	Tomada de Posição: Problemas propostos durante a oficina para mobilização de conhecimentos geométricos
Segundo Nível(Análise)	Os estudantes são capazes de reconhecer os objetos geométricos por meio de suas propriedades. No entanto, eles usam um conjunto de propriedades necessárias para a identificação e a descrição desses objetos	Construção do conceito de arestas, vértices e faces utilizando o módulo visualização (1) e planificação (2) do aplicativo sólidos RA. Momento em que eles conhecem diferentes sólidos geométricos, conhecendo e contando vértices, arestas e faces, explorando o app pelos diferentes modos de visualização e compreendendo melhor o conceito de face a partir das suas planificações.	Maturação: Tentativa pelo erro, na construção da solução, refletindo sobre os problemas. Solução: Tentativas elaboradas pelos estudantes para o desenvolvimento e entendimentos das propriedades geométricas
Terceiro Nível(Ordenação)	Os estudantes são capazes de ordenar as propriedades de objetos geométricos, construir definições abstratas, distinguir as propriedades necessárias e as propriedades suficientes para determinar um conceito, além de entender deduções simples. No entanto, demonstrações não estão incluídas	Embora não demonstrada, muitos estudantes sabem a Relação de Euler: $V+F=A+2$, a partir de sólidos que é possível essas validações.	Prova: Sistematização elaborada pelo professor, compreendendo as soluções propostas pelos estudantes em seu contato com a realidade aumentada.
Quarto Nível(Dedução)	Os estudantes são capazes de entender o papel dos diferentes elementos de uma estrutura dedutiva e desenvolver demonstrações originais ou, pelo menos, compreendê-las.	Não chegaram neste nível, pois neste nível os estudantes além de conhecerem propriedades, relações entre as propriedades, já consegue fazer demonstrações, o que na prática não observamos nenhum indicio.	
Quinto Nível(Rigor)	Os estudantes são capazes de trabalhar em diferentes sistemas axiomáticos e estudar várias geometrias na ausência de modelos concretos	Não chegaram a este nível, pois neste nível além de conhecer o sistema axiomático euclidiano, eles já devem conhecer sistemas não-euclidianos, o que não era objetivo da prática.	

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

O quadro traz uma relação dos níveis de raciocínio de Van Hiele e suas características correlacionadas aos momentos da formação, e as etapas da Sequência Fedathi que por meio das suas etapas: tomada de posição, maturação, solução e prova, explicando o que consistiu em cada uma das etapas durante a prática. O Modelo de Van Hiele traz uma perspectiva de o professor conhecer o nível de raciocínio pertinente ao pensamento geométrico do estudante, assim a partir dessa averiguação, o possibilita pensar novas estratégias que possam melhor conduzir o seu fazer pedagógico para que os estudantes possam progredir de maneira sistemática seu nível de raciocínio e compreender os avanços na sua aprendizagem em Geometria.

Considerações Finais

O estudo teve como objetivo analisar como a combinação da metodologia Sequência Fedathi (SF) com a Realidade Aumentada (RA) pode contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Geométrico, utilizando diferentes representações de visualização. Os resultados indicam que essa abordagem favoreceu a aprendizagem dos conceitos geométricos, permitindo que os estudantes interagissem com os sólidos geométricos de maneira dinâmica e investigativa.

A prática pedagógica adotada promoveu um ambiente de aprendizagem, no qual os estudantes puderam explorar propriedades geométricas, identificar elementos como arestas, vértices e faces, além de compreender a relação de Euler. A utilização do aplicativo Sólidos RA possibilitou uma experiência imersiva, tornando a visualização dos sólidos mais acessível e facilitando a progressão dos estudantes no modelo de pensamento geométrico de Van Hiele, atingindo o nível de ordenação.

Além disso, a abordagem investigativa proporcionada pela SF incentivou o protagonismo dos estudantes, estimulando a formulação de conjecturas e a argumentação matemática. O estudo também evidenciou a importância do planejamento docente e do uso de

recursos tecnológicos para potencializar a mediação pedagógica e minimizar bloqueios didáticos.

No entanto, algumas dificuldades foram observadas, como a familiarização com o aplicativo e limitações na disponibilidade de dispositivos. Apesar disso, a cooperação entre os estudantes e a mediação docente contribuíram para que essas dificuldades fossem superadas, reforçando o papel da tecnologia como um facilitador da aprendizagem.

Conclui-se que a combinação da SF com a RA contribui para o ensino da Geometria, promovendo o desenvolvimento progressivo do Pensamento Geométrico e tornando a aprendizagem mais significativa e acessível. Recomenda-se que futuras pesquisas aprofundem o impacto da SF e da RA em diferentes níveis de ensino e em outros tópicos da matemática, ampliando as possibilidades de inovação metodológica na educação matemática.

Agradecimentos

Agradecemos à Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUNCAP), ao Grupo de Estudos Tecendo Redes Cognitivas de Aprendizagem (G-TERCOA), à Universidade Federal do Ceará (UFC), à Secretaria de Educação do Estado do Ceará (SEDUC) e à Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza (SME) pelo apoio fundamental aos nossos estudos e pesquisas.

Referências

- BEZERRA, A. M. A. A. **Compreensão do Plateau no Campo do Ensino das Ciências In: BORGES NETO, H (Org). Sequência Fedathi além das ciências duras.** Curitiba: CRV, 2017.
- BORGES NETO, H. **Sequência Fedathi: fundamentos.** Coleção Sequência Fedathi. Volume 3. Curitiba – Brasil: Editora CRV, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Secretaria de Educação Básica.** Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília, DF: 2017. Disponível em: http://base.nacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_11051

8_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 08 de outubro de 2024.

CONGRESSO INTERNACIONAL DE TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO, XIV., 2016, Recife. Anais [...]. Recife: [s. n.], 2016. Tema: Educação e Tecnologia na Era do Conhecimento. DOI ISSN: 1984-6355. Disponível em: <https://www.pe.senac.br/congresso/anais/2016/pdf/comunicacao-oral/076.pdf> . Acesso em: 28 abr. 2024.

COSTA, A. P.; SANTOS, M. R. O estudo de quadriláteros notáveis no livro didático de Matemática: um olhar para a organização matemática. *Revemop*, Ouro Preto, v. 1, n. 2, p. 229 - 24, 2019.

DOLCE, O e POMPEO, J.N. Fundamentos de matemática elementar, v.10: geometria espacial, posição e métrica, 7. Ed, São Paulo: Atual, 2013.

GIL, A.C. Como elaborar projetos de pesquisa. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

KALEFF, A.M.M.R, HENRIQUES, A. S., REI, D.M. e FIGUEIREDO, L.G., Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: O Modelo de Van Hiele, *Bolema*, Rio Claro. nº 10, pp.21- 30, 1994.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. Ciência, técnica e arte: o desafio da Pesquisa Social. In: MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). *Pesquisa Social: teoria, método e criatividade*. 21. ed. Rio de Janeiro: Editora Vozes, 2002. Cap. 1, p. 9-27

PRODANOV, C.C. , FREITAS, E. C. (2013) *Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho científico*. 2. ed. Novo Hamburgo: Associação Pró-Ensino Superior em Novo Hamburgo.

SANTOS, M. J. C. dos. *Ensino de matemática: discussões teóricas e experiências formativas exitosas para professores do Ensino Fundamental*. Curitiba: CRV, 2022.

SOUSA, F.E. *A pergunta como estratégia de mediação didática no ensino de matemática por meio da Sequência Fedathi*. 2015. 283f. – Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Fortaleza (CE), 2015.

VAN HIELE, P. M. *Structure and insight: a theory of mathematics education*. New York: Academic Press, 1986.